

ПРИМЕНЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА И АЛЬТЕРНАТИВНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ ВЕТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

Н.И. Усмонзода, А.Л. Кадыров

ГОУ «Худжандский государственный университет имени академика Б. Гафурова»

В этом исследовании рассматриваются параметры ветра и ветроэнергетического потенциала с использованием статистического двухпараметрического распределения Вейбулла в городе Худжанде. Предлагаются и описываются метод максимального правдоподобия (ММП) и метод моментов (ММ) для моделирования скорости ветра. Оказалось, что оба метода дают очень похожие результаты с сопоставимой точностью и основаны на широком использовании цифровых технологий. Для исследования были использованы данные METAR, собранные на территории аэропорта «Худжанд» Согдийской области за десять лет (2015–2024 гг.). Сезонная структура параметра формы указывает на повышение регулярности ветра в зимний и летний периоды ($k > 2$) и усиление турбулентности весной и осенью ($k \approx 1.86$). Анализ показал, что годовые значения масштабного параметра варьировались от 5,09 до 6,06.

Ключевые слова: энергия ветра, распределение ветра, частота скорости ветра, закон Вейбулла, плотности энергии ветра.

ИСТИФОДАИ ТАҚСИМОТИ ВЕЙБУЛЛ ВА МОДЕЛҲОИ АЛТЕРНАТИВӢ БАРОИ АРЗЕБИИ ПОТЕНСИАЛИ ЭНЕРГИЯИ ШАМОЛӢ

Н.И. Усмонзода, А.Л. Қодиров

Ин тадқиқот параметрҳои шамол ва потенциали нерӯи шамолро бо истифода аз тақсими дупараметрии статистикуи Вейбулл барои шаҳри Хучанд баррасӣ мекунад. Усули эҳтимолияти максималӣ (ММП) ва усули лаҳзаҳо (ММ) барои модели намунаи суръати шамол пешниҳод ва тавсиф карда мешавад. Маълум шуд, ки ҳарду усул бо дақиқии муқоисасаванда натиҷаҳои хеле монанд медиҳанд ва ба истифодаи васеи технологияҳои рақамӣ асос ёфтаанд. Барои тадқиқот маълумоти METAR, ки дар фурудгоҳи Хучанд, Вилояти Суғд дар тӯли даҳ сол (2015-2024) ҷамъоварӣ шудааст, истифода шудааст. Сохтори Мавсимии параметри шакл ба баланд шудани мунтазамии шамол дар давраи зимистон ва тобистон ($k > 2$) ва афзоиши турбулентӣ дар баҳор ва тирамоҳ ($k \approx 1.86$) ишора мекунад. Таҳлил нишон дод, ки арзишҳои солонаи параметри миксис с аз 5,09 то 6,06 фарқ мекунад.

Калидвожаҳо: энергияи шамол, тақсими шамол, суръати шамол, қонуни Вейбулл, зичии энергияи шамол.

APPLICATION OF THE WEIBULL DISTRIBUTION AND ALTERNATIVE MODELS FOR ESTIMATING WIND ENERGY POTENTIAL

N.I. Usmonzoda, A.L. Kadyrov

This study examines the parameters of wind and wind energy potential using a statistical two-parameter Weibull distribution in the city of Khujand. The maximum likelihood method (MMF) and the method of moments (MM) for modeling wind speed are proposed and described. It turned out that both methods produce very similar results with comparable accuracy and are based on the widespread use of digital technologies. For the study, METAR data was used, collected on the territory of Khujand airport, Sughd region. Over the ten years (2015-2024), the seasonal structure of the shape parameter indicates an increase in the regularity of wind in winter and summer ($k > 2$) and increased turbulence in spring and autumn ($k \approx 1.86$). The analysis showed that the annual values of the scale parameter c ranged from 5.09 to 6.06.

Keywords: Wind energy, wind distribution, wind speed frequency, Weibull's law, wind energy density.

Введение

Альтернативные источники энергии, в первую очередь ветер и солнечная энергия, в последнее время все больше привлекают внимания исследователей, конструкторов, разработчиков, промышленных производителей. С точки зрения многообещающих возобновляемых источников энергии (ВИЭ), которые следует изучать в целях снижения зависимости от ископаемых видов топлива, которые исчерпываются, истощаются, производят выбросы парниковых газов и растут в цене. В частности, энергия ветра сегодня является одним из самых быстрорастущих и широко используемых ВИЭ для производства электроэнергии благодаря ее чистым, возобновляемым, высокоэффективным и экономически выгодным характеристикам.

Постановка задачи

Ветер определяется как движение воздуха в атмосфере, чтобы уравновесить неравенство тепла, вызванное неравномерным нагревом воздуха главным источником энергии - Солнцем. Этот нерегулярный нагрев производит кинетическую энергию, которая преобразуется в механическую энергию системой преобразования энергии ветра (WECS). Мощность ветра представляет собой скорость изменения кинетической энергии и может быть оценена с помощью хорошо известного уравнения 1:

$$P = \frac{1}{2} \rho A v^3 \quad (1)$$

где P - мощность ветрового потока, A – площадь, через которую проходит поток (m^2), ρ - плотность воздуха (kg/m^3) и v - скорость ветра (m/sec). Приведенное выше уравнение мощности указывает на то, что мощность ветра в

основном зависит от куба скорости ветра; следовательно, небольшое изменение скорости ветра может оказать значительное влияние на мощность ветровой турбины. Видно, что с увеличением в 3 раза скорости ветра мощность электроустановок на основе энергии ветра возрастает в 27 раз. Поэтому для эффективного использования энергии ветра в конкретном месте необходимо точное и подробное знание скорости ветра.

Несколько статистическое распределение было использовано для моделирования скорости ветра в определенных областях, таких как гауссово, логарифмически нормальное, Вейбулла и квадратное нормальное. Среди них распределение Вейбулла было признано широко используемым и наиболее эффективным.

Это одно из самых гибких распределений, которое может быть использовано для представления различных типов физических явлений. Важно знать количество часов в месяц или в год, в течение которых наблюдались заданные скорости ветра, т.е. частотное распределение скоростей ветра. Когда процентное распределение частот (F%) строится против ветра, распределение частот отображается в виде кривой (рисунок 1). Вершина этой кривой является наиболее частой скоростью ветра. Это распределение частот используется также для определения наиболее подходящего места для ветряной турбины. Распределение Вейбулла (названное в честь шведского физика У. Вейбулла, который применил его при изучении прочности материалов при растяжении и усталости в 1930-х годах) обеспечивает близкое приближение к вероятностным законам многих природных явлений [1].

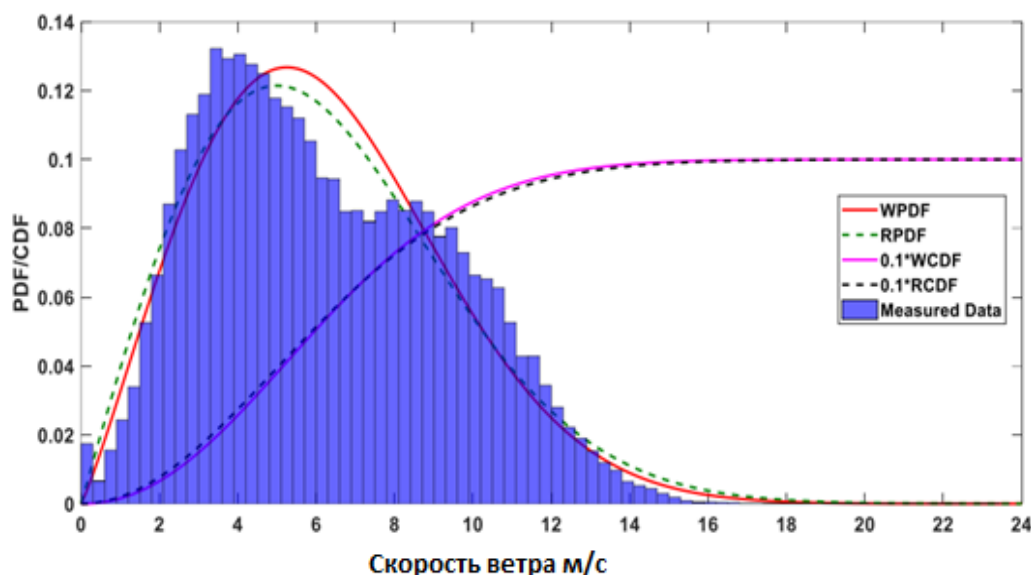


Рисунок 1 - Аппроксимация распределения Вейбулла в зависимости от методов [1]

Результат

Как упоминалось выше, распределение Вейбулла хорошо согласуется с экспериментальными данными. Это также упоминается во многих источниках [2–4]. Это распределение характеризуется двумя параметрами, где параметр «с», имеющий размерность скорости, характеризует масштаб изменения функции распределения по оси скоростей, а параметр «k» характеризует крутизну распределения. Функция плотности вероятности Вейбулла может быть выражена следующим уравнением:

$$f(v, c, k) = \frac{k}{c} \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} e^{-(v/c)^k}, \quad \forall v \geq 0 \quad (2)$$

Кумулятивная функция распределения вероятностей Вейбулла имеет вид:

$$F(v, c, k) = 1 - e^{-(v/c)^k} \quad (3)$$

где v – скорость ветра, $k > 0$ – параметр формы, а $c > 0$ – параметр масштаба.

Изменение скорости ветра описывается функцией плотности вероятности [5], которая указывает на долю времени, при которой преобладающая скорость ветра в конкретном месте.

По уравнению Вейбулла параметры k определяют диффузное распределение скорости ветра, а параметр c – форму этого распределения; при этом они связаны между собой с помощью средней скорости ветра, и эти параметры можно определить следующими формулами:

$$k = 0,83\bar{v}^{0.5}, \quad (4)$$

$$c = \frac{\bar{v}}{G(1+\frac{1}{k})}, \quad \left(\frac{m}{s}\right) \quad (5)$$

где \bar{v} – средняя скорость ветра, а G – гамма-функция.

Параметры Вейбулла k и c являются теми, которые определяют за характеристику ветрового потенциала исследуемого региона. Существует много методов для нахождения этих параметров.

Плотность мощности ветра, основанная на анализе распределения Вейбулла, рассчитывается с использованием следующего уравнения:

$$P = \int_0^{\infty} \rho v^3 f(v) dv; \quad (6)$$

$$\frac{P}{A} = \int_0^{\infty} \rho v^3 f(v) dv = \frac{1}{2} \rho c^3 G\left(1 + \frac{3}{k}\right) \quad (7)$$

где ρ – плотность воздуха ($1,225 \text{ кг/м}^3$) на уровне моря при средней температуре 15°C и давлении в 1 атмосферу. Зная плотность мощности ветра на данном участке, плотность энергии ветра за желаемое время T определяется следующей формулой [6]:

$$E_B = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^3 \cdot G\left(1 + \frac{3}{k}\right) T \quad (8)$$

$$\frac{E}{A} = \frac{1}{2} \rho c^3 G\left(1 + \frac{3}{k}\right) T; \quad (9)$$

Наиболее вероятная скорость ветра, которая указывает на наиболее частую скорость ветра, можно определить следующим уравнильным выражением:

$$v_{HB} = c\left(1 + \frac{1}{k}\right)^{1/k}, \quad (\text{м/с}) \quad (10)$$

Скорость ветра, несущего максимальную энергию, очень важна, поскольку она может продемонстрировать максимально возможную энергию на данном участке и это выражается в следующем уравнении:

$$v_{\text{макс}} = c\left(1 + \frac{2}{k}\right)^{1/k} \quad (\text{м/с}) \quad (11)$$

Двухпараметрический метод распределения Вейбулла был принят для определения характеристик ветра на участке, таких как средняя скорость ветра, преобладающее направление ветра, форма и масштабные параметры распределения Вейбулла

Метод ММП – моделирование согласно распределению Вейбулла. Процедура оценки заключается в определении значений параметров c и k в распределении Вейбулла, приведённые ниже условия оптимальности первого порядка используются для этой цели: возьмём натуральный логарифм от уравнения Вейбулла

$$\frac{d \ln f}{dc} = 0, \quad \text{и} \quad \frac{d \ln f}{dk} = 0.$$

Для использования метода ММП нам необходимо построить функцию максимальной вероятности вместо прямого использования уравнения (формула 2), как показано ниже:

$$f_x = \left(\frac{k}{c}\right)^n \prod_{i=1}^n \left(\frac{v_i}{c}\right)^{k-1} \prod_{i=1}^n e^{-\left(\frac{v_i}{c}\right)^k}, \quad (12)$$

где f_x – функция максимальной вероятности от f , а n – количество выборок, используемых в оценке. Возьмём натуральный логарифм (13):

$$\ln f_x = n \ln\left(\frac{k}{c}\right) + (k-1) \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{v_i}{c}\right) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{v_i}{c}\right)^k \quad (13)$$

Возьмём частные производные от формулы (28), тогда мы имеем:

$$\frac{d \ln f_x}{dc} = \frac{nc}{k} \left(\frac{-k}{c^2}\right) + (k-1) \sum_{i=1}^n \frac{c}{v_i} \left(\frac{-v_i}{c^2}\right) + k \sum_{i=1}^n \frac{v_i^{k-1}}{c} \frac{v_i}{c^2} \quad (14)$$

После упрощения и при равенстве его нулю мы имеем:

$$\frac{-n}{c} - \frac{k-1}{c} \sum_{i=1}^n \frac{c}{v_i} (1) + \frac{k}{c} \sum_{i=1}^n \left(\frac{v_i}{c}\right)^k = 0 \quad (15)$$

Отсюда:

$$c^k = \frac{1}{n \sum_{i=1}^n \frac{1}{v_i^k}}; \quad \text{или} \quad c = \left(\frac{1}{n \sum_{i=1}^n v_i^k}\right)^{1/k} \quad (16)$$

Из этого же уравнения отсюда находим коэффициент масштаба k :

$$\frac{1}{k} = \frac{\sum_{i=1}^n \vartheta_i^k \ln \vartheta_i}{\sum_{i=1}^n \vartheta_i^k} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \vartheta_i \quad (17)$$

Уравнение (17) является нелинейным и может быть решено с помощью метода Ньютона - Рафсона для получения k .

Метод моментов моделирования согласно распределению Вейбулла.

Одним из осложнений использования ММ является то, что необходимо использовать обратную функцию ММ, включающую гамма-функцию. Однако приближённая обратная функция может быть легко получена с помощью программного обеспечения, такого как Mathematica, которое может оценивать эти выражения с помощью гамма-функций. Оказывается, что ММ даёт очень похожие оценки, полученные методом ММП. Наш вывод состоит в том, что оба метода могут быть использованы для подгонки распределений скорости ветра. Из известных результатов в теории вероятностей первые два нецентрированных момента вышеупомянутого распределения Вейбулла даны как:

$$m_1 = E[\vartheta] = c \cdot \Gamma(1 + 1/k), \quad (18)$$

$$\text{и } m_2 = E[\vartheta^2] = c^2 \cdot \Gamma(1 + 2/k) \quad (19)$$

Переставляя вышесказанное, мы можем написать:

$$\frac{m_2}{m_1^2} = \Gamma(1 + 2/k) / \Gamma(1 + 1/k)^2, \quad (11) \quad \text{и} \quad (20)$$

$$c = m_1 / \Gamma(1 + 1/k) \quad (12) \quad (21)$$

Процедура оценки заключается в следующем. Пусть $G(k) = \Gamma(1 + 2/k) / \Gamma(1 + 1/k)^2$, затем, используя метод моментов, k можно оценить как \hat{k} , который имеет решение $G(\hat{k}) = \hat{m}_2 / \hat{m}_1^2$, где \hat{m}_1 и \hat{m}_2 являются, соответственно, несмещённым выборочным средним и выборочным 2-м моментом \hat{k} ; затем они могут быть использованы для оценки $\hat{c} = \hat{m}_1 / \Gamma(1 + \frac{1}{\hat{k}})$. Из результатов статистики мы знаем, что $\hat{m}_2 / \hat{m}_1^2 \geq 1$ (где равенство имеет место тогда и только тогда, когда все наблюдения одинаковы) и что он может быть сколь угодно большим. Итак, осталось показать, что $G(\hat{k}) = \hat{m}_2 / \hat{m}_1^2$ имеет уникальное решение по $\hat{k} \in (0, \infty)$. Можно сказать, что $G(k)$ является непрерывным, (строго) монотонно убывающим по $k \in (0, \infty)$, а его предельные значения равны $G(k) \xrightarrow{k \rightarrow 0^+} +\infty$ и $G(k) \xrightarrow{k \rightarrow +\infty} 1$. Затем, используя теорему о промежуточных значениях, мы приходим к выводу, что для данной выборки с \hat{m}_1 и \hat{m}_2 существует уникальное \hat{k} , которое даёт решение $G(\hat{k}) = \hat{m}_2 / \hat{m}_1^2$.

Показанные методы ММ и ММП из уравнения Вейбулла являются нелинейными и здесь может быть применено решение с помощью Метода Ньютона-Рафсона для получения k .

Аналогично в нашей работе используются и описываются методы ММП и ММ для моделирования скорости ветра и стандартный двухпараметрический метод распределения Вейбулла. Важно также отметить, что успешное использование ВИЭ во многом зависит от правильного выбора места установки ВЭУ. Например, энергия ветрового потока во многом зависит от рельефа местности и расположения наземных зданий и сооружений [7].

Расчёты выполнены для каждого сезона по значениям, полученным методом максимального правдоподобия, и представлены в таблице [8].

Таблица – Расчёт сезонной плотности ветровой энергии на основе параметров распределения Вейбулла (метод MLE) и локальной плотности воздуха для аэропорта «Худжанд» [8]

Сезон	k (форма)	c (масштаб, м/с)	Плотность энергии E, Вт/м²
Зима	1.92	6.06	260.7
Весна	1.86	5.64	238.1
Лето	2.10	5.17	221.4
Осень	1.88	5.09	203.2

Как видно из таблицы, наибольшая плотность ветровой энергии наблюдается в зимний период, что согласуется с увеличением масштабного параметра c и более стабильной структурой ветра (высокое значение k). Наименьшая энергоотдача зафиксирована осенью, при наименьшем значении параметра масштаба. Более того, параметры формы и масштаба оказались схожими.

На рисунке 2 показана среднемесячная скорость ветра в Худжанде за последние 20 лет и соответственно на рисунке 3 показан среднесуточный профиль скорости ветра за 10 лет.

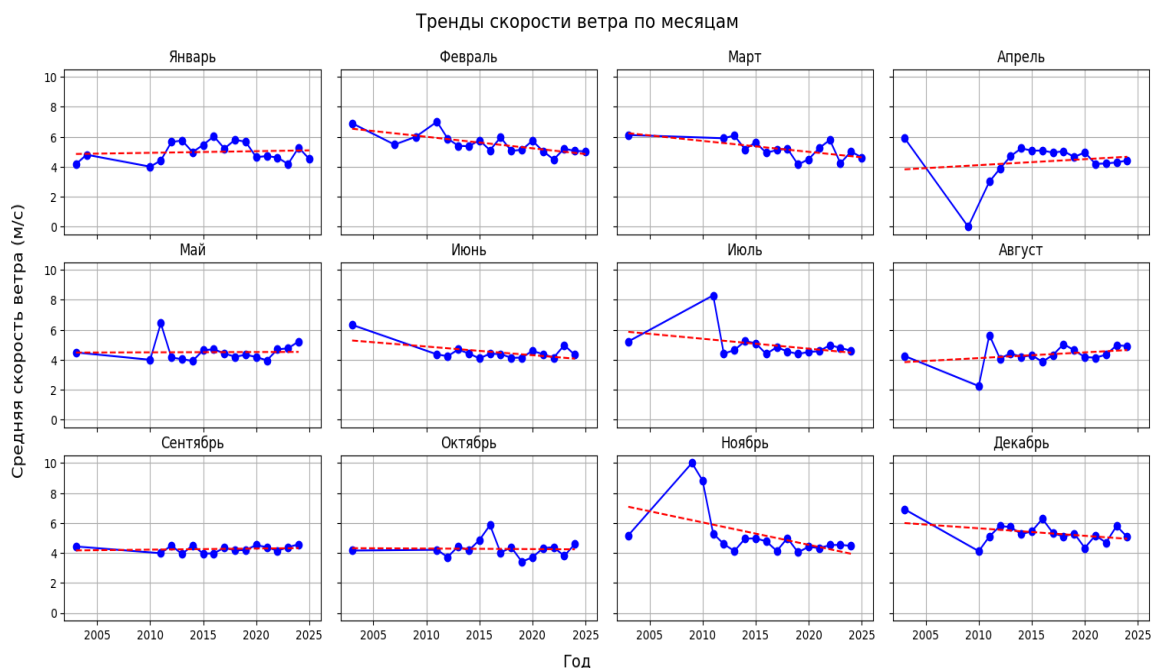


Рисунок 2 - Среднемесячная скорость ветра в Худжанде за 2005-2015 гг.

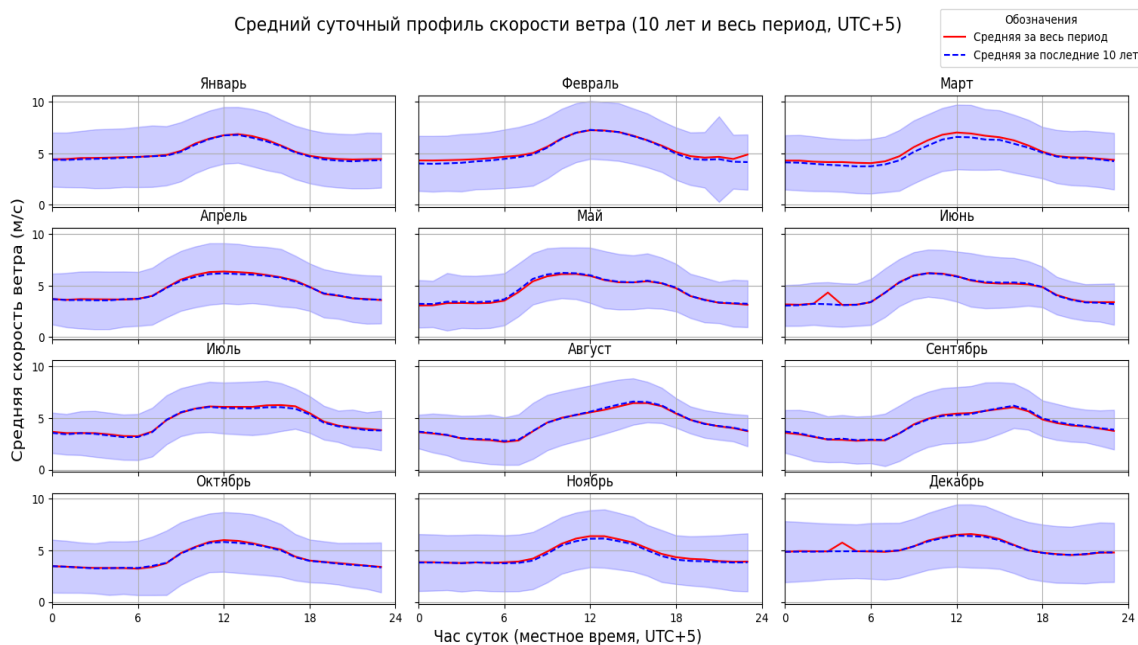


Рисунок 3 - Среднесуточный профиль скорости ветра за 10 лет

Выводы

Очевидно, что все исследуемые годы демонстрируют почти одинаковую среднегодовую скорость ветра. Анализ сезонных распределений приземной скорости ветра по данным METAR за 2015–2024 гг. подтвердил эффективность использования двухпараметрического распределения Вейбулла. Наибольшая регулярность ветрового режима зафиксирована зимой и летом (значения параметра формы $k > 2$), в то время как весна и осень характеризуются большей дисперсией и турбулентностью.

Сезонные различия в параметрах распределения свидетельствуют о необходимости учета сезонных особенностей ветрового режима при проектировании и эксплуатации ветроустановок. А также описываются

методы ММП и ММ для оценки параметров распределений скорости ветра Вейбулла. Оба метода приводят к уникальной оценке для каждого набора данных. Метод выборки используется для извлечения выборок из распределений. Простой метод моделирования методом ММП и ММ используется для расчета ожидаемой выработки электроэнергии.

Полученные результаты создают надежную базу для дальнейших исследований и реализации проектов по развитию ветроэнергетики в регионе Худжанд, способствуя переходу к более экологически чистым источникам энергии и повышению энергетической независимости.

Рецензент: Қирғизов А.Қ. — қ.т.н., доцент қафедры «Электрическые станции» ПЭПУ имени академика М.С. Осими

Литература

1. Tuzuner Z. Yu. A Theoretical Analysis on the Uniqueness of the Parameter Estimated for the Weibull Wind Speed Distribution // submit to IEEE PES General Meeting 2008.
2. Безруких П.П. Состояние и тенденции развития ветроэнергетики мира, / П.П. Безруких, П.П. Безруких мл // Электрические станции №10, 1998 г., стр. 58-64
3. Ahmed M. Assessment of wind power potential for coastal Areas of Pakistan / M. Ahmed, F. M. Akhtar // Turkish Journal of Physics, №30, 127-136p.
4. Zhou W. Wind power potential and characteristic analysis of the Pearl River Delta region, China / W. Zhou, H. Yang, Z. Fang // Renewable Energy, № 31, 739–753p.
5. Пенджиев А.М. Использование ветроэнергетических установок для водообеспечения в Каракумах / А.М. Пенджиев // Ашхабад: Проблемы освоения пустынь. – 2019. – № 3-4. – С. 85-87.
6. Безруких П.П. Состояние и тенденции развития ветроэнергетики мира, / П.П. Безруких, П.П. Безруких мл // Электрические станции №10, 1998 г., стр. 58-64
7. John, W. Renewable Energy resources / W. John Twidell, D. Anthony // London & F.N. Spon, 1990 г, 391 стр.
8. Мадвалиев У. Параметрическая оценка сезонных распределений приземной скорости ветра на основе данных METAR аэропорта «Худжанд». // У.Мадвалиев, Н.И. Усмонзода, А.Р.Рустамзода, М.А.Кудусов. Доклады Национальной академии наук Таджикистана, № 4, том 68, стр. 381-392, 2025.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ – МАЪЛУМОТ ДАР БОРАИ МУАЛЛИФОН – INFORMATION ABOUT AUTHORS

TJ	RU	EN
Усмонзода Нилуфар Илхом ассистент	Усмонзода Нилуфар Илхом ассистент	Usmonzoda Nilufar Ilkhom graduate student
МДТ «Донишгоҳи Давлатии Хучанд ба номи академик Б.Ғафуров»	ГОО «Худжандский государственный университет имени академика Б. Гафурова»	State Educational Institution "Khujand State University named after Academician B. Gafurov, Khujand
E-mail: nilufar.kuchkorova.94@mail.ru		
TJ	RU	EN
Абдулахат Лакимович Қодиров Д. и. Физ - мат, профессор	Абдулахат Лакимович Кадыров доктор физ.-мат. наук , профессор	Abdulakhat Lakimovich Kadyrov Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
МДТ «Донишгоҳи Давлатии Хучанд ба номи академик Б.Ғафуров»	ГОО «Худжандский государственный университет имени академика Б. Гафурова»	State Educational Institution "Khujand State University named after Academician B. Gafurov, Khujand
E-mail: abdulakhatkadirov@gmail.com		